

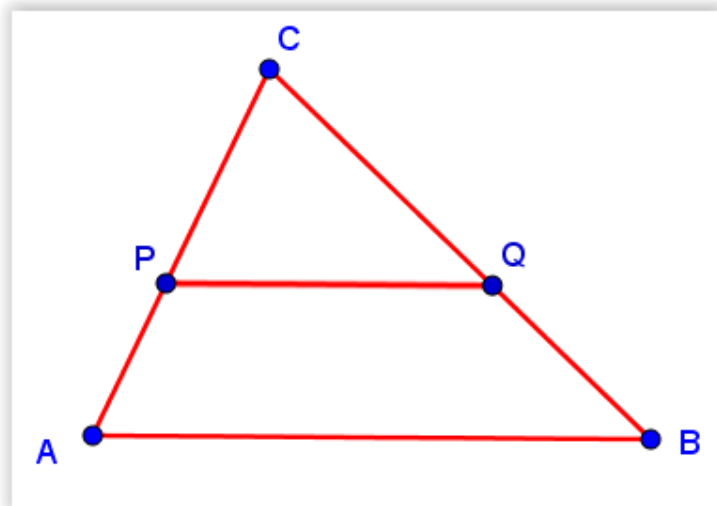
# O Problema do Mês

## Problema 3 – Janeiro de 2017

Indique todos os cálculos que tiver de efectuar, bem como as justificações que considerar necessárias. Pode enriquecer a sua resolução com gráficos, esquemas, tabelas, etc.

### Dois segmentos quaisquer têm o mesmo comprimento?!

Sejam  $[AB]$  e  $[PQ]$  dois segmentos quaisquer. Sem perda de generalidade, podemos supor que eles se dispõem como na figura abaixo, com  $AB \parallel PQ$ .



Então, tem-se:

Passo	Afirmação	Justificação
(1)	$\frac{\overline{AB}}{\overline{PQ}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{PC}}$	Os triângulos $[ABC]$ e $[PQC]$ são semelhantes.
(2)	$\overline{AB} \cdot \overline{PC} = \overline{AC} \cdot \overline{PQ}$	Óbvio, por (1).
(3)	$\overline{AB}^2 \cdot \overline{PC} - \overline{AB} \cdot \overline{PC} \cdot \overline{PQ} = \overline{AB} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{PQ} - \overline{PQ}^2 \cdot \overline{AC}$	Multiplicam-se ambos os membros da igualdade anterior por $\overline{AB} - \overline{PQ}$ .
(4)	$\overline{AB}^2 \cdot \overline{PC} - \overline{AB} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{PQ} = \overline{AB} \cdot \overline{PC} \cdot \overline{PQ} - \overline{PQ}^2 \cdot \overline{AC}$	Óbvio, por (4).
(5)	$\overline{AB} \cdot (\overline{AB} \cdot \overline{PC} - \overline{AC} \cdot \overline{PQ}) = \overline{PQ} \cdot (\overline{AB} \cdot \overline{PC} - \overline{PQ} \cdot \overline{AC})$	Fatorizam-se ambos os membros da igualdade anterior.
(6)	$\overline{AB} = \overline{PQ}$	Dividem-se ambos os membros da última igualdade por $\overline{AB} \cdot \overline{PC} - \overline{AC} \cdot \overline{PQ}$ .

a) Explique a justificação do passo (1).

b) A conclusão é obviamente falsa, é claro que  $\overline{AB} > \overline{PQ}$  no caso apresentado. Onde está o erro desta “demonstração”?

**Cotação do problema: 15 pontos**

**A resolução deve ser entregue até 13/02/2017.**